CGANT JMA
http://www.jcgantunej.or.id
Volume 1, No 1, 2020
DOI: 10.25037/cj.v1i1.5

JOURNAL OF
MATHEMATICS AND APPLICATIONS

e-ISSN 2722-7774

Super (a,d)-Face Antimagic Total Labeling of Shackle(C_5, e, n) Connected Graph

Siska Binastuti[1,2], Dafik[1,2], Arif Fatahillah[1]
[1]CGANT- University of Jember
[2]Department of Mathematics Education - University of Jember
[3]Department of Information System - University of Jember
siskabinastuti@rocketmail.com, d.dafik@gmail.com, fatahillah767@gmail.com

Abstract

Let G be a simple graph of order p, size q and face r. The graph G is called a super (a,d) - face antimagic total labeling , if there exist a bijection $f : V(G) \cup E(G) \cup F(G) \rightarrow \{1, 2, ..., p+q+r\}$ such that the set of s-sided face weights, $W_s = \{a_s, a_s+d, a_s+2d, ..., a_s+(r_s-1)d\}$ form an arithmetic sequence with first term a,common difference d, where a and d are positive integers s and r_s is the number of s-sided faces. Such a graph is called super if the smallest possible labels appear on the vertices. The type of Face Antimagic Labeling is (1,1,1). In this paper, describe of Super (a,d) - Face Antimagic of Connective Shackle (C_5, e, n) Graph.

Keywords: Super (a,d)-face antimagic total labeling, face antimagic labeling.

Mathematic Subject Clasification: 05C78

Pendahuluan

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Sejak pertama kali diperkenalkan hingga saat ini, pelabelan graf banyak sekali mengalami perkembangan, baik untuk keperluan aplikasi maupun teoritis. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah super (a,d) - *face antimagic* total *labeling* atau pelabelan total super (a,d) - *face antimagic*.

Wajah (*face*) dari suatu graf merupakan bagian muka yang tampak seperti bidang datar dari 1 subgraf. Graf yang memiliki wajah (*face* adalah sejenis Graf Planar. Jenis pelabelan (1,1,1) yaitu dengan memberikan label dari $1, 2, ..., p+q+r$ ke titik, sisi dan face (wajah) dari graf G (graf planar) sedemikian hingga bahwa setiap V, E dan F menerima tepat satu label dan setiap nomor yang digunakan tepat sekali sebagai label. [6].

Sebuah pelabelan face graf disebut super-antimagic jika untuk setiap bilangan bulat positif s, s-sisi bobot wajah membentuk deret aritmatika dengan sebuah beda. [6],[1],[4],[5],[7]

Batasan pada pelabelan total wajah face dari Graf $G = (V, E, F)$ yaitu graf tanpa loop dan sisi ganda, dengan V, E dan F menyatakan jumlah titik, sisi dan *face*(wajah), dimana $|V(G)| = p, |E(G)| = q$ dan $|F(G)| = r$ adalah jumlah titik, sisi dan *face* (wajah). [7]

Artikel ini berkaitan dengan masalah pelabelan titik, sisi dan *face* (wajah)

Siska Binastuti, Super (a,d)-Face Antimagic Total Labeling dari Graf Shackle (C5, e, n) konektif, CGANT JMA Vol. 1, No. 1, 2020, pp 29-46. DOI: 10.25037/cj.v1i1.5
Received: 12 20, 2019; **Revised:** 02 05, 2020; **Accepted:** 03 25, 2020; **Published:** 06 26, 2020

dari graf. Sebuah bobot wajah adalah jumlah dari label wajah dan label titik dan tepi sekitar wajah dari graf tersebut.[6]

Penelitian ini mengkaji keberadaan super (a, d)-face antimagic total labeling dari graf Shackle (C_5, e, n) konektif pada d tertentu. Graf Shackle (C_5, e, n) merupakan graf lingkaran dengan perluasan sebanyak n dengan penghubung 1 sisi e. Artikel ini dikhususkan untuk mempelajari tentang super (a, d) face antimagic total labeling $(1, 1, 1)$ untuk Graf Shackle (C_5, e, n) konektif.

Kardinalitas dari Graf *Shackle* (C_5, e, n) Konektif

Graf *shackle* (C_5, e, n) konektif adalah graf lingkaran dengan operasi *shackle* yang memiliki $V(E) = \{x_i, y_i, z_j, 1 \leq i \leq n{+}1\,, 1 \leq j \leq n\}$, $E(H) = \{x_i x_{i+1}, y_i z_i, y_{i+1} z_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i y_i, 1 \leq i \leq n+1\}$, $p_G = |V|{=}3n + 2$, $q_G = |E|{=}4n + 1$, $p_H = 5$, dan $q_H = 5$. Berikut Gambar **??** dari Graf *Shackle* (C_5, e, n).

Lemma yang Digunakan

Lemma yang digunakan pada pelabelan total face dari graf Shackle (C_5, e, n), sebagai berikut :([1])
Jika graf $G(V, E)$ adalah super (a, d) face antimagic total maka

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{r - 1}$$

untuk $s = |G_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$
Bukti. dimana a merupakan bobot selimut terkecil maka berlaku ;
$1 + 2 + ... + p_H + (p_G + 1) + (p_G + 2) + ... + (p_G + q_H) + (p_G + q_G + 1) \leq a$

$\frac{p_H}{2}(1 + p_H) + \frac{q_H}{2}(p_G + 1 + p_G + q_H) + (p_G + q_G + 1) \leq a$

$\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} + (p_G + q_G + 1) \leq a$

Sedangkan nilai terbesar berlaku

$$\begin{aligned}
(r-1)d &\leq p_H p_G - \frac{p_H-1}{2}p_H + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H-1}{2}q_H + (p_G+q_G+r) - a \\
(r-1)d &\leq p_H p_G - \frac{p_H-1}{2}p_H + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H-1}{2}q_H + (p_G+q_G+r) - \\
&\quad (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} + (p_G+q_G+1)) \\
(r-1)d &\leq p_G p_H - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H q_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + r - (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} + 1) \\
(r-1)d &\leq p_G p_H - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H q_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + r - \frac{p_H}{2} - \frac{p_H^2}{2} - \frac{q_H}{2} - \frac{q_H^2}{2} - 1 \\
(r-1)d &\leq p_H p_G + q_H q_G - \frac{2p_H^2}{2} - \frac{2q_H^2}{2} - 1 + r \\
(r-1)d &\leq p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2 - 1 + r \\
(r-1)d &\leq (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H - 1 + r \\
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H - 1 + r}{r-1}
\end{aligned}$$

Jadi, untuk $s = |H_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$ terbukti bahwa

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H - 1 + r}{r-1}$$

Sehingga lemma pada Graf Shackle (C_5, e, n), dengan $p_G = |V|$=$3n+2$, $q_G = |E|$=$4n+1$, $p_H = 5$, dan $q_H = 5$ sebagai berikut;

$$\begin{aligned}
d &\leq \frac{((3n+2)-5)5 + ((4n+1)-5)5 - 1 + n}{n-1} \\
d &= \frac{(3n-3)5 + (4n-4)5 - 1 + n}{n-1} \\
d &= \frac{(n-1)3.5 + (n-1)4.5 + (n-1)}{n-1} \\
d &= \frac{(n-1)15 + (n-1)20 + (n-1)1}{n-1} \\
d &= \frac{(n-1)(15+20+1)}{n-1} \\
d &\leq 36
\end{aligned}$$

Hasil Penelitian

Penelitian ini mengkaji tentang super (a, d) - face antimagic dengan tipe $(1, 1, 1)$ untuk Graf Shackle (C_5, e, n) dengan beberapa d yang mungkin, $d \leq 36$. Hasil

dari penelitian ini berupa teorema untuk $d = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$. Hasil dari penelitian ini didapatkan teorema terkait face total labeling untuk Graf Shackle (C_5, e, n) konektif.

◇ **Teorema 0.1** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(38n + 28, 2)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_2 yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_2(x_i) &= i; 1 \leq i \leq n+1 \\ f_2(y_i) &= n+i+1; 1 \leq i \leq n+1 \\ f_2(z_i) &= 2n+i+2; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_2 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_2 : V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n+2\}$. Misal w_{f_2} adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{f_2} &= (f_2(x_i) + (f_2(x_{i+1}) + (f_2(y_i) + (f_2(y_{i+1}) + (f_2(z_i) \\ &= (i) + (i+1) + (n+i+1) + (n+i+1+1) + (2n+i+2) \\ &= 4n + 5i + 6; 1 \leq i \leq n. \end{aligned}$$

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_2 yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_2(x_i x_{i+1}) &= 6n - 2i + 4; 1 \leq i \leq n, \\ f_2(x_i y_i) &= 6n - 2i + 5; 1 \leq i \leq n+1 \\ f_2(y_i z_i) &= 3n + i + 2; 1 \leq i \leq n \\ f_2(y_{i+1} z_i) &= 6n + i + 3; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Misal W_{f_2} adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_2} &= w_{f_1} + f_1(x_i x_{i+1}) + f_1(x_i y_i) + f_1(x_i y_{i+1}) + f_1(y_i z_i) + f_1(y_{i+1} z_i) \\ &= (4n + 5i + 6) + (6n - 2i + 4) + (6n - 2i + 5) + (6n - 2(i+1) + 5) + \\ &\quad (3n + i + 2) + (6n + i + 3) \\ &= (4n + 5i + 6) + (6n - 2i + 4) + (6n - 2i + 5) + (6n - 2i + 2) + 5) + \\ &\quad (3n + i + 2) + (6n + i + 3) \\ &= 31n + i + 23; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_2 yang didefinisikan sebagai berikut: $f_2(f_i) = f_1(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_2 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_2 : f(C_5, e, n) \rightarrow \{7n+4, 7n+5, \ldots, 8n+3\}$.

Misal WF_{f_2} adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_2} &= W_{f_2} + f_2(f_i) \\ &= (31n + i + 23) + (7n + i + 3) \\ &= 38n + 2i + 26 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_2} = \{38n + 28, 38n + 30, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= 38n + 28 + (n-1).2 \\ &= 38n + 28 + 2n - 2 \\ &= 40n + 26 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(38n + 28, 2)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.2** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(37n + 29, 4)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_4 yang didefinisikan sebagai berikut:$f_4(x_i) = f_2(x_i), f_4(y_i) = f_2(y_i), f_4(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_4 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_4 : V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal w_{f_4} adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_4} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_4 yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_4(x_i x_{i+1}) &= 3n + i + 2; 1 \leq i \leq n, \\ f_4(x_i y_i) &= f_2(x_i y_i) \\ f_4(y_i z_i) &= 4n + 2i + 2; 1 \leq i \leq n \\ f_4(y_{i+1} z_i) &= f_2(y_{i+1} z_i) \end{aligned}$$

Misal W_{f_4} adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{f_4} &= w_{f_4} + f_4(x_i x_{i+1}) + f_4(x_i y_i) + f_4(x_i y_{i+1} + f_4(y_i z_i + f_4(y_{i+1} z_i) \\
&= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (6n - 2i + 5) + (6n - 2(i + 1) + 5) + \\
&\quad (4n + 2i + 2) + (6n + i + 3) \\
&= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (6n - 2i + 5) + (6n - 2i + 2) + 5) + \\
&\quad (4n + 2i + 2) + (6n + i + 3) \\
&= 29n + 5i + 21; 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_4 yang didefinisikan sebagai berikut:

$$f_4(f_i) = 8n - i + 4; 1 \leq i \leq n.$$

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_4 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_4 :\ f(C_5, e, n) \rightarrow \{8n + 3, 8n + 2, \ldots, 7n + 4\}$.

Misal WF_{f_4} adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
WF_{f_4} &= W_{f_4} + f_4(f_i) \\
&= (29n + 5i + 21) + (8n - i + 4) \\
&= 37n + 4i + 25
\end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_4} = \{37n + 29, 37n + 33, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned}
U_n &= a + (n - 1)b \\
&= 37n + 29 + (n - 1).4 \\
&= 37n + 29 + 4n - 4 \\
&= 41n + 25
\end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(37n + 29, 4)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.3** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(36n + 30, 6)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_6 yang didefinisikan sebagai berikut: $f_6(x_i) = f_2(x_i), f_6(y_i) = f_2(y_i), f_6(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_6 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_6 : V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal w_{f_6} adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_6} = w_{f_2}$

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_6 yang didefinisikan sebagai berikut: $f_6(x_i x_{i+1}) = f_4(x_i x_{i+1}), f_6(x_i y_i) = f_4(x_i y_i), f_6(y_i z_i) = f_4(y_i z_i), f_6(y_{i+1} z_i) = f_4(y_{i+1} z_i)$.

Misal W_{f_6} adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf*Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $W_{f_6} = W_{f_2}$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_6 yang didefinisikan sebagai berikut: $f_6(f_i) = f_1(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_6 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_6 : f(C_5, e, n) \rightarrow \{7n + 4, 7n + 5, \ldots, 8n + 3\}$.

Misal WF_{f_6} adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_6} &= W_{f_6} + f_6(f_i) \\ &= (29n + 5i + 21) + (7n + i + 3) \\ &= 36n + 6i + 24 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_6} = \{36n + 30, 6n + 36, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ &= 36n + 30 + (n - 1).6 \\ &= 36n + 30 + 6n - 6 \\ &= 42n + 24 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(36n + 30, 6)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.4** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(35n + 31, 8)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_8 yang didefinisikan sebagai berikut :$f_8(x_i) = f_2(x_i), f_8(y_i) = f_2(y_i), f_8(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_8 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_8 : V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal w_{f_8} adalah bobot

sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_8} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_8 yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_8(x_i x_{i+1}) &= f_4(x_i x_{i+1}) \\ f_8(x_i y_i) &= 4n + 2i + 1; 1 \leq i \leq n + 1 \\ f_8(y_i z_i) &= 6n - 2i + 4; 1 \leq i \leq n \\ f_8(y_{i+1} z_i) &= 7n - i + 4; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Misal W_{f_8} adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_8} &= w_{f_8} + f_8(x_i x_{i+1}) + f_8(x_i y_i) + f_8(x_i y_{i+1}) + f_8(y_i z_i) + f_8(y_{i+1} z_i) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 2i + 1) + (4n - 2(i + 1) + 1) + \\ &\quad (6n - 2i + 4) + (7n - i + 4) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 2i + 1) + (4n - 2i + 2 + 1) + \\ &\quad (6n - 2i + 4) + (7n - i + 4) \\ &= 28n + 7i + 20; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_8 yang didefinisikan sebagai berikut: $f_8(f_i) = f_1(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_8 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_8 : f(C_5, e, n) \rightarrow \{7n+4, 7n+5, \ldots, 8n + 3\}$.

Misal WF_{f_8} adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_8} &= W_{f_8} + f_8(f_i) \\ &= (28n + 7i + 20) + (7n + i + 3) \\ &= 35n + 8i + 23 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_8} = \{35n + 31, 35n + 39, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ &= 35n + 31 + (n - 1).8 \\ &= 35n + 31 + 8n - 8 \\ &= 43n + 23 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(35n + 31, 8)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.5** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(45n + 21, 10)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{10} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{10}(x_i) = f_2(x_i), f_{10}(y_i) = f_2(y_i), f_{10}(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{10} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{10}: V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal $w_{f_{10}}$ adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_{10}} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_{10} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f_{10}(x_i x_{i+1}) &= 5n - 2i + 3; 1 \leq i \leq n \\
f_{10}(x_i y_i) &= 5n + 2i + 1; 1 \leq i \leq n + 1 \\
f_{10}(y_i z_i) &= 3n + 2i + 2; 1 \leq i \leq n \\
f_{10}(y_{i+1} z_i) &= 5n + 2i + 2; 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Misal $W_{f_{10}}$ adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{f_{10}} &= w_{f_{10}} + f_{10}(x_i x_{i+1}) + f_{10}(x_i y_i) + f_{10}(x_i y_{i+1}) + f_{10}(y_i z_i) + f_{10}(y_{i+1} z_i) \\
&= (4n + 5i + 6) + (5n - 2i + 3) + (5n + 2i + 1) + (5n + 2(i + 1) + 1) + \\
&\quad (3n + 2i + 2) + (5n + 2i + 2) \\
&= (4n + 5i + 6) + (5n - 2i + 3) + (5n + 2i + 1) + (5n + 2i + 2 + 1) + \\
&\quad (3n + 2i + 2) + (5n + 2i + 2) \\
&= 27n + 11i + 17; 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{10} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{10}(f_i) = f_4(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_10 adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{10}: f(C_5, e, n) \rightarrow \{8n + 3, 8n + 2, \ldots, 7n + 4\}$.

Misal $WF_{f_{10}}$ adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
WF_{f_{10}} &= W_{f_{10}} + f_{10}(f_i) \\
&= (27n + 11i + 17) + (8n - i + 4) \\
&= 35n + 10i + 21
\end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_{10}} = \{35n + 31, 35n + 41, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= 35n + 31 + (n-1).10 \\ &= 35n + 31 + 10n - 10 \\ &= 45n + 21 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(35n + 31, 10)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.6** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(33n + 33, 12)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{12} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{12}(x_i) = f_2(x_i), f_{12}(y_i) = f_2(y_i), f_{12}(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{12} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{12}: V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal $w_{f_{12}}$ adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_{12}} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_{12} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_{12}(x_i x_{i+1}) &= f_8(x_i x_{i+1}) \\ f_{12}(x_i y_i) &= f_8(x_i y_i) \\ f_{12}(y_i z_i) &= 4n + 2i + 2; 1 \leq i \leq n \\ f_{12}(y_{i+1} z_i) &= f_2(y_{i+1} z_i) \end{aligned}$$

Misal $W_{f_{12}}$ adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_{12}} &= w_{f_{12}} + f_{12}(x_i x_{i+1}) + f_{12}(x_i y_i) + f_{12}(x_i y_{i+1}) + f_{12}(y_i z_i) + f_{12}(y_{i+1} z_i) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 2i + 1) + (4n + 2(i+1) + 1) + \\ &\quad (4n + 2i + 2) + (6n + i + 3) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 2i + 1) + (4n + 2i + 2 + 1) + \\ &\quad (4n + 2i + 2) + (6n + i + 3) \\ &= 25n + 13i + 17; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{12} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{12}(f_i) = f_4(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{12} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan f_{12} : $f(C_5, e, n) \rightarrow \{8n + 3, 8n + 2, \ldots, 7n + 4\}$.

Misal $WF_{f_{12}}$ adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_{12}} &= W_{f_{12}} + f_{12}(f_i) \\ &= (25n + 13i + 17) + (8n - i + 4) \\ &= 33n + 12i + 21 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_{12}} = \{33n + 33, 33n + 45, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ &= 33n + 33 + (n - 1).12 \\ &= 33n + 33 + 12n - 12 \\ &= 45n + 21 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(33n + 33, 12)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.7** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(32n + 34, 14)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{14} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{14}(x_i) = f_2(x_i), f_{14}(y_i) = f_2(y_i), f_{14}(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{14} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan f_{14} : $V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal $w_{f_{14}}$ adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_{14}} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_{14} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{14}(x_i x_{i+1}) = f_8(x_i x_{i+1}), f_{14}(x_i y_i) = f_8(x_i y_i), f_{14}(y_i z_i) = f_{12}(y_i z_i)$,

$f_{14}(y_{i+1} z_i) = f_2(y_{i+1} z_i)$

Misal $W_{f_{14}}$ adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_{14}} &= w_{f_{14}} + f_{14}(x_i x_{i+1}) + f_{14}(x_i y_i) + f_{14}(x_i y_{i+1}) + f_{14}(y_i z_i) + f_{14}(y_{i+1} z_i) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 2i + 1) + (4n + 2(i + 1) + 1) + \\ &\quad (4n + 2i + 2) + (6n + i + 3) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 2i + 1) + (4n + 2i + 2 + 1) + \\ &\quad (4n + 2i + 2) + (6n + i + 3) \\ &= 25n + 13i + 17; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{14} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{14}(f_i) = f_2(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{14} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan f_{14} : $f(C_5, e, n) \rightarrow \{7n + 4, 7n + 5, \ldots, 8n + 3\}$.

Misal $WF_{f_{14}}$ adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_{14}} &= W_{f_{14}} + f_{14}(f_i) \\ &= (25n + 13i + 17) + (7n + i + 3) \\ &= 32n + 14i + 20 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_{14}} = \{32n + 34, 32n + 35, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ &= 32n + 34 + (n - 1).14 \\ &= 32n + 34 + 14n - 14 \\ &= 46n + 20 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(32n + 34, 14)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.8** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(31n + 35, 16)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{16} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{16}(x_i) = f_2(x_i), f_{16}(y_i) = f_2(y_i), f_{16}(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{16} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan f_{16} : $V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal $w_{f_{16}}$ adalah

bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_{16}} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_{16} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_{16}(x_i x_{i+1}) &= 3n + 4i; 1 \leq i \leq n \\ f_{16}(x_i y_i) &= 3n + 4i - 1; 1 \leq i \leq n + 1 \\ f_{16}(y_i z_i) &= 3n + 4i + 1; 1 \leq i \leq n \\ f_{16}(y_{i+1} z_i) &= 7n - 4i + 6; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Misal $W_{f_{16}}$ adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_{16}} &= w_{f_{16}} + f_{16}(x_i x_{i+1}) + f_{16}(x_i y_i) + f_{16}(x_i y_{i+1}) + f_{16}(y_i z_i) + f_{16}(y_{i+1} z_i) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + 4i) + (3n + 4i - 1) + (3n + 4(i + 1) - 1) + \\ &\quad (3n + 4i + 1) + (7n - 4i + 6) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + 4i) + (3n + 4i - 1) + (3n + 4i + 4 - 1) + \\ &\quad (3n + 4i + 1) + (7n - 4i + 6) \\ &= 23n + 17i + 15; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{16} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{16}(f_i) = f_4(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{16} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{16} : f(C_5, e, n) \rightarrow \{8n + 3, 8n + 2, \ldots, 7n + 4\}$

Misal $WF_{f_{16}}$ adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_{16}} &= W_{f_{16}} + f_{16}(f_i) \\ &= (23n + 17i + 15) + (8n - i + 4) \\ &= 31n + 16i + 19 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_{16}} = \{31n + 35, 31n + 51, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ &= 31n + 35 + (n - 1).16 \\ &= 31n + 35 + 16n - 16 \\ &= 47n + 19 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(31n + 35, 16)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.9** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(31n + 35, 17)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{17} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{17}(x_i) = f_2(x_i), f_{17}(y_i) = f_2(y_i), f_{17}(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{17} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{17}: V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal $w_{f_{17}}$ adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_{17}} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_{17} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f_{17}(x_i x_{i+1}) &= f_4(x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n \\
f_{17}(x_i y_i) &= 4n + 3i; 1 \leq i \leq n + 1 \\
f_{17}(y_i z_i) &= 4n + 3i + 1; 1 \leq i \leq n \\
f_{17}(y_{i+1} z_i) &= 4n + 3i + 2; 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Misal $W_{f_{17}}$ adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{f_{17}} &= w_{f_{17}} + f_{17}(x_i x_{i+1}) + f_{17}(x_i y_i) + f_{17}(x_i y_{i+1}) + f_{17}(y_i z_i) + f_{17}(y_{i+1} z_i) \\
&= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 3i) + (4n + 3(i + 1)) + \\
&\quad (4n + 3i + 1) + (4n + 3i + 2) \\
&= (4n + 5i + 6) + (3n + i + 2) + (4n + 3i) + (4n + 3i + 3) + \\
&\quad (4n + 3i + 1) + (4n + 3i + 2) \\
&= 23n + 18i + 14; 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{17} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{17}(f_i) = f_4(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{17} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{17}: f(C_5, e, n) \rightarrow \{8n + 3, 8n + 2, \ldots, 7n + 4\}$.

Misal $WF_{f_{17}}$ adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
WF_{f_{17}} &= W_{f_{17}} + f_{17}(f_i) \\
&= (23n + 18i + 14) + (8n - i + 4) \\
&= 31n + 17i + 18
\end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_{17}} = \{31n + 35, 31n + 52, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= 31n + 35 + (n-1).17 \\ &= 31n + 35 + 17n - 17 \\ &= 48n + 18 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(31n + 35, 17)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$.

◇ **Teorema 0.10** *Graf Shackle* (C_5, e, n) *memiliki pelabelan super* $(30n+36, 18)$ *face antimagic total untuk* $n \geq 5$.

Bukti. Labeli titik Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{18} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{18}(x_i) = f_2(x_i), f_{18}(y_i) = f_2(y_i), f_{18}(z_i) = f_2(z_i)$.

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{18} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan $f_{18}: V(C_5, e, n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, 3n + 2\}$. Misal $w_{f_{18}}$ adalah bobot sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut: $w_{f_{18}} = w_{f_2}$.

Kemudian labeli sisi (C_5, e, n) dengan fungsi f_{18} yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_{18}(x_i x_{i+1}) &= f_{16}(x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n \\ f_{18}(x_i y_i) &= f_{16}(x_i y_i); 1 \leq i \leq n + 1 \\ f_{18}(y_i z_i) &= f_{16}(y_i z_i); 1 \leq i \leq n \\ f_{18}(y_{i+1} z_i) &= f_{16}(y_{i+1} z_i); 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Misal $W_{f_{18}}$ adalah bobot total sisi super *face antimagic* total Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_{18}} &= w_{f_{18}} + f_{18}(x_i x_{i+1}) + f_{18}(x_i y_i) + f_{18}(x_i y_{i+1}) + f_{18}(y_i z_i) + f_{18}(y_{i+1} z_i) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + 4i) + (3n + 4i - 1) + (3n + 4(i+1) - 1) + \\ &\quad (3n + 4i + 1) + (7n - 4i + 6) \\ &= (4n + 5i + 6) + (3n + 4i) + (3n + 4i - 1) + (3n + 4i + 4 - 1) + \\ &\quad (3n + 4i + 1) + (7n - 4i + 6) \\ &= 23n + 17i + 15; 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Labeli wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) dengan fungsi f_{18} yang didefinisikan sebagai berikut: $f_{18}(f_i) = f_1(f_i)$. Dengan mudah dapat dipahami bahwa f_{18} adalah merupakan fungsi bijektif yang memetakan f_{18} : $f(C_5, e, n) \rightarrow \{7n + 4, 7n + 5, \ldots, 8n + 3\}$.

Misal $WF_{f_{18}}$ adalah bobot total wajah *(face)* Graf *Shackle* (C_5, e, n) untuk $n \geq 5$, maka dapat diturunkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} WF_{f_{18}} &= W_{f_{18}} + f_{18}(f_i) \\ &= (23n + 17i + 15) + (7n + i + 3) \\ &= 30n + 18i + 18 \end{aligned}$$

Dengan mudah dapat diuraikan untuk masing-masing i pada inerval $1 \leq i \leq n$ adalah $WF_{f_{18}} = \{30n + 36, 30n + 54, \ldots, U_n\}$ elemen-elemen tersebut bersifat aritmatik, maka nilai U_n dapat dicari dengan cara:

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ &= 30n + 36 + (n - 1).18 \\ &= 30n + 36 + 18n - 18 \\ &= 48n + 18 \end{aligned}$$

Terbukti bahwa Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki pelabelan super $(30n + 36, 18)$-*face antimagic* total untuk $n \geq 5$. ;

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian diatas, maka kita dapat menyimpulkan bahwa terdapat pelabelan super face d-antimagic dengan tipe $(1, 1, 1)$ untuk Graf Shackle (C_5, e, n) konektif, dengan d ; 2,4,6,8,10,12,14,16,17,18.

- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(38n + 38, 2)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(37n + 29, 4)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(36n + 30, 6)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(35n + 31, 8)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.

- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(45n + 21, 10)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(33n + 33, 12)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(32n + 34, 13)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(31n + 35, 15)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(31n + 35, 17)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.
- Graf *Shackle* (C_5, e, n) memiliki super $(30n + 36, 18)$-*face antimagic* total *labeling* untuk $n \geq 5$ yang telah dibuktikan pada teorema.

Referensi

[1] A.N.Farah,Dafik.2014.Super (a, d) - Face Antimagic Total Labelling dari Graf Siklus dengan Busur C_6^1.Universitas Jember.

[2] Dafik.2007.Structural Properties and Labeling of Graphs. University of Ballarat, 2007.

[3] Dafik, M. Miller, J. Ryan and M. Baca.2009 On super $(a; d)$-edge antimagic total labeling of disconnected graphs, *Discrete Math.*, 309 (2009), 4909-4915. .

[4] K.A. Sugeng, M. Miller, Y. Lin and M. Baca.2006.Face antimagic labelings of prisms, Utilitas Math., 71 (2006), 269-286.

[5] M. Baca, F. Bashir and A. Semanicova.2007.Face antimagic labelings of antiprisms, *Utilitas Math.*, (To appear)

[6] M. Baca, M.Numan, M.Shabbir, A.2013.Labelings of type (1; 1; 1) for toroidal fullerenes,Turkish Journal of Mathematics 37, 899-907.

[7] M. Baca, Ljiljana Brankovicb, etc.2013.On d-antimagic labelings of plane graphs,Electronic Journal of Graph Theory and Applications 1 (1) (2013), 2839.

[8] Y. Lin, Slamin, M. Baca and M. Miller.2004.On d-antimagic labelings of prisms, Ars Combin, 72 (2004), 6576.

[9] Dafik, Alfin Fajriatin, Kunti Miladiyah F, Saintifika (Jurnal Ilmu Pendidikan MIPA dan MIPA), 14 No. 1, (2012) (106 - 118).

[10] Y. Lin and K.A. Sugeng.2006.Face antimagic labelings of plane graphs P_a^b , Ars Combin. 80 (2006), (259-273).